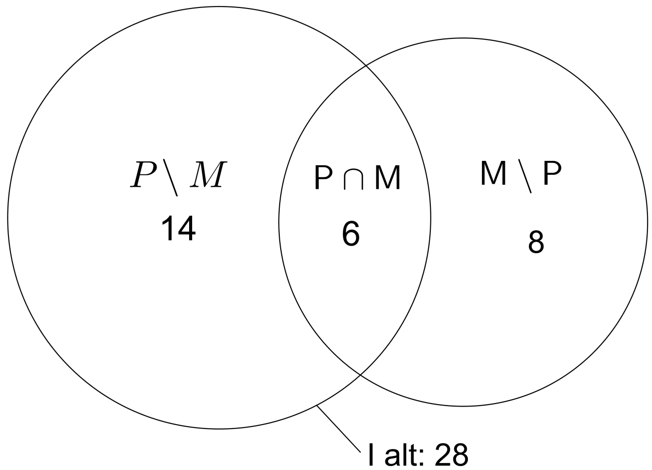
FASIT QED5-10, DEL I, KAPITTEL 7

9. Under forutsetning av at fødsler fordeler seg likt på de ulike månedene, er sannsynligheten 1/12. Dette er imidlertid ikke noen selvfølge. Empirisk sannsynlighet kan fås fra å spørre et stort antall elever om fødselsmåned eller benytte nasjonal statistikk over fødsler fordelt på måneder.
10. Poenget med oppgaven er å diskutere oppgaveformuleringen, forutsetninger og tankemåter, ikke å finne fasitsvaret". I dette tilfellet er det krevende (eller umulig?) å finne et fornuftig tilfeldig forsøk. Er moren norsk, er det f.eks. lite sannsynlig at barnet blir født i Kina. Et tilfeldig forsøk kunne være noe i retning av å ringe en vilkårlig gravid kvinne et eller annet sted i verden og få henne til å rapportere etterpå hvor barnet ble født. Tallene oppgitt i oppgaveteksten lar oss regne ut andelen av kinesere blant verdens befolkning i september 2010, men antall barnefødsler per kvinne er ikke likt fra land til land.
12. Det kanskje mest fornuftige svaret på spørsmålet er å bruke et sannsynlighetsvarsel fra f.eks. www.yr.no. En forutsetning er at spørsmålet stilles på et bestemt sted til et bestemt tid. Å finne et passende tilfeldig forsøk er vanskelig, men kunne eventuelt være basert på værstatistikk for det aktuelle stedet for den aktuelle datoen. Svakheten ved det forsøket er at vi faktisk vet dagens vær og antagelig burde ta mer hensyn til det enn gjennomsnitlig temperatur for morgendagens dato.
15. **a)** Et mulig alternativ: Hva er sannsynligheten for å bli tatt i fartskontroll hvis du kjører for fort hele vegen til jobben? Hvis det finnes statistikk over hvor ofte det er fartskontroll på den aktuelle strekningen den tiden på døgnet hvor du kjører til og fra jobb, kan det brukes til å regne ut en sannsynlighet.
17. Forventningsverdien for kron etter 10 kast er 5. Desto flere serier på 10 kast som gjennomføres, desto mer sannsynlig er det at gjennomsnittlig antall kron er i nærheten av forventningsverdien 5.
18. **a)** Forventingsverdiene blir her tallene i telleren i de oppgitte teoretiske sannsynlighetene.
20. Et tilfeldig forsøk er at Basim registrer om det vises rød eller grønn mann i det han er fremme ved lyskrysset. Det hender at det er oftere rødt enn grønt, spesielt hvis veien som krysses er mest traffikert.
22. Utfallet 6 er mest sannsynlig, med teoretisk sannsynlighet $p(6) = \frac{11}{36}$. Nest mest sannsynlig er 5, med $p(5) = \frac{9}{36}$.
23. **a)** $p(\text{Gul}) = 0,5$, $p(\text{Rød}) = 0,3$ og $p(\text{Grønn}) = 0,2$
b) Uniform modell: Nummerer dropsene fra 1 til 100. Bland dropsene godt, trekk et drops uten å se, og noter nummeret. Ikke uniform modell: Bland dropsene godt, trekk et drops uten og se, og noter fargen på dropset.
d) I begge tilfeler antas det at det er umulig å skille dropsene fra hverandre uten å se dem. Dessuten antas det at dropsene er tilstrekkelig godt blandet.
24. $p(\text{gevinst}) = \frac{4}{500} = 0,008$. Uniform modell: Trekk et vilkårlig lodd blant 500 lodd nummerert fra 1 til 500 og registrer nummeret på vinnerloddet. De gunstige loddene er de fire faste loddnumre du har kjøpt, f.eks. nummer 1, 2, 3 og 4.
25. $p(\text{gevinst}) = 0,005$. Uniform modell: Trekk ett vilkårlig lodd blant 1000 lodd nummerert fra 1 til 1000 og registrer nummeret på loddet. De gunstige loddene er de fem vinnernumrene som er bestemt på forhånd, f.eks. nummer 1, 2, 3, 4 og 5. I oppgave 24 er dine lodd faste og vinnerloddet trekkes. I oppgave 25 derimot er vinnerloddene faste og du trekker et lodd. I begge tilfeller vinner du når ditt loddnummer er lik vinnerloddets.
27. $p(12) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} \simeq 0,111$.

29. Det er tre billedkort innen hver farge", dvs. at det er seks røde billedkort (hjerter eller ruter), så $p = \frac{6}{52} = \frac{3}{26} \simeq 0,115$.
31. a) Det riktige svaret er $p = \frac{1}{3}$. Kaller vi de seks myntene for G_1, G_2, G_3, S_1, S_2 og S_3, er alle disse utfallene like sannsynlige når en vilkårlig skuff og et vilkårlig rom i den velges. Når vi vet at en gullmynt er trukket, vet vi ikke hvilken av tre like sannsynlige utfall som har skjedd. Bare et av disse 3 utfallene gir oss en sølvmynt når det andre rommet åpnes. Forklaring 2) strander på at det er dobbelt så sannsynlig at du har valgt skuffen med to gullmynter som den med en gullmynt og en sølvmynt.
b) Kast kron og mynt mellom skuffen med GG og den med G og S. Når utfallet er GG, skrives G. Hver gang (G eller S) kommer ut, kastes kron og mynt for å velge mellom G og S. Kommer G ut, skrives S. I motsatt fall skrives ingen ting, dvs. at forsøket annuleres. I lengden vil G skrives omtrent dobbelt så ofte som S.
33. Ole har trolig summert sannsynligheten for sekser i hver av kastene, dvs. $p = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$. En mulighet er å spørre Ole om hva sannsynligheten for seks seksere på seks kast er.
41. Det skulle vært referert til Eksempel 17 og 18, men metoden fra eksempel 17 er tungvint her. Sannsynligheten for at alle fire er født i forskjellig kvartal er $p(F) = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4^4} = \frac{3}{32}$. Sannsynligheten for at minst to er født i samme kvartal er $p(H) = 1 - p(F) = \frac{29}{32}$.
43. $p = 0,654$
44. $p = \frac{25}{36} = 0,694$
47. $p = \frac{1}{7^3} = 0,0029$
48. $p = 0,000016$
49. $p = \frac{1}{10000} = 0,0001$
52. Her må det tegnes smått på et stort ark, gjerne A3. For enkelhets skyld kan man tegne bare 1 som utfall i første kast, selv om det egentlig er seks muligheter. Når du har tegnet deler av treet, ser du hvordan resten blir, og kan stoppe. Det er likevel mulig å regne ut antall kombinasjoner med støtte i treet.
53. a) $p(K = 4) = p(M = 1) = \frac{5}{32} \simeq 0,156$.
b) $p(K \geq 2) = 1 - p(K < 2) = 1 - P(K = 0) - P(K = 1) = \frac{6}{32} \simeq 0,188$.
56. a) $p(S = 0) = (\frac{5}{6})^4 \simeq 0,482$ og $p(S \geq 1) = 1 - p(S = 0) \simeq 0,518$.
b) $p_{24}(S_2 = 0) = (\frac{35}{36})^{24} \simeq 0,509$ og $p_{24}(S_2 \geq 1) = 1 - p_{24}(S_2 = 0) \simeq 0,491$. $p_{25}(S_2 = 0) = (\frac{35}{36})^{25} \simeq 0,494$ og $p_{25}(S_2 \geq 1) = 1 - p_{25}(S_2 = 0) \simeq 0,506$
57. Riktig svar er $\frac{2}{3}$. Hvis vi antar at B har vunnet i første kast, er det ikke lenger like sannsynlig at A vil vinne i andre kast, for B har sannsynligvis gjort et godt kast.
59. a) Tallene i seksgangen, $6, 12, 18, 24, \ldots$. Eksplisitt formel $x_n = 6n$.
b) Tallene i tregangen som ikke er i togangen. $3, 9, 15, 21, \ldots$. Eksplisitt formel $x_n = 6n - 3$.
c) $2, 4, 8, 10, 14, 16, 20, 22, 26, 28$.
61. a) Bare softis, $S \setminus F$: 14 Både softis og fløteis, $S \cap F$: 24 Bare fløteis, $F \setminus S$: 22. Et venndiagram med disse tallene innsatt er en god visualisering.
b) $p(S \text{ eller } F) = 1$. Ved opptelling viser det seg at antall iskjøpere er lik de som har kjøpt minst en av de to istypene nevnt i oppgaven. Det behøvde ikke vært slik. Merk også at 'eller' i matematikken betyr den ene, den andre eller begge. **c)** $p(S \cap F) = 24/60 = 2/5 = 0,4$.
62. a) Bare iPod, $P \setminus M$: 14 Både iPad og mobil-mp3, $P \cap P$: 6 Bare mobil-mp3, $M \setminus P$: 8. Et venndiagram med disse tallene innsatt er en god visualisering.



b) $p(P \setminus M) = 0,5$.
c) $p(\text{ikke}P) = \frac{8}{28} = \frac{2}{7} \simeq 0,286$. Alle elever har enten iPad eller mobil med mp3.
66. a) $p(F) = 0,04$. Bygger på antagelsen $p(M) = p(K) = 0,5$. **b)** $p(K|F) = 0,125$.
68. a) 'Har blå øyne' og 'er kvinne' er uavhengige hendelser. Det samme gjelder 'har brunt hår' og 'er mann' **b)** 'Er høydehopper' og 'veier over 100 kg' er disjunkte, i alle fall om det er snakk om en god høydehopper. 'Er kvinne' og 'er mann' er vanligvis disjunkte. **c)** Hvis to hendelser er disjunkte, betyr det at forekomsten av den ene utelukker den andre. Hendelsene kan ikke samtidig være uavhengige. Opplysningen om at den ene hendelsen har skjedd, betyr at den andre ikke har skjedd.
69. a) PAR er uavhengig av TRE og KV. $PRIM$ er avhengig av PAR, TRE og KV. Også TRE og KV er avhengige, for $p(KV) = \frac{10}{120} = \frac{1}{12}$ og $p(KV|TRE) = \frac{3}{33} = \frac{1}{11}$. **b)** $PRIM$ og KV er disjunkte. Ingen andre kombinasjoner er disjunkte.
71. a) $p(L|P) = 0,361$ **b)** $p(F|P) = 0,530$ **c)** $p(P \cap A) = 0,018$
73. a) Siden alle beholder sine årer og lodd fra trekning til trekning, og også trekningen av numrene foregår med tilbakelegging, må trekningene av gevinstene være uavhengige. **b)** Sannsynlighet for å vinne på en gitt trekning: $p(V_1) = \frac{5 \cdot 5}{3000} = \frac{1}{120}$. Sannsynlighet for å vinne alle 5 gevinster: $p(V5) = \frac{1}{120}^5 = 4,0 \cdot 10^{-}11$
c) $p(K|07) = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$
74. a) $p(P) = 0,054$ **b)** $p(D|P) = 0,912$
77. 40320
78. 5040
79. 35
81. a) 120 **b)** 60 **c)** 226800
82. 81
83. 12
85. 46656
86. 1024
87. 5040
89. 53130
91. P(4 konger) = $\frac{1}{270725}$, P(4 billedkort)$\cong$ 0,0018
94. $p(X = 10) = 0,206$,$p(X \geq 13) = 0,127$
96. Det er en feil i denne oppgaven. Mynten skal kastes 10 ganger.

97. Ca. 81 %
98. Ca. 26 %
99. Ca. 4 %
101. 25 %